

# Contribuições na logística de entrega urbana expressa de última milha usando grandes instâncias reais de cidades brasileiras

**Thailsson Clementino**<sup>1</sup>, Rosiane de Freitas<sup>1</sup>, Eduardo Uchoa<sup>2</sup>

Instituto de Computação - Universidade Federal do Amazonas<sup>1</sup>

Departamento de Engenharia de Produção - Universidade Federal Fluminense<sup>2</sup>

**III Workshop Brasileiro de Cidades Inteligentes**

3 de Agosto, 2022

Niterói/RJ - Brasil



**42°CSBC**

CONGRESSO DA SOCIEDADE  
BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO

31 JULHO A 05 AGOSTO DE 2022

**Empoderamento Digital:**  
O Papel da Computação na Construção  
de uma Sociedade Inclusiva e Democrática

# Conteúdo

- 1 Entregas Expressas de Última milha
- 2 Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo
- 3 Método de Resolução
  - VRPSolver
  - Modelagem Matemática
- 4 Resultados
  - Instancias Adaptadas
  - Experimentos Computacionais
- 5 Considerações Finais

# Entregas Expressas de Última milha

# Introdução

- A **demanda** por serviços de entrega é gigante.

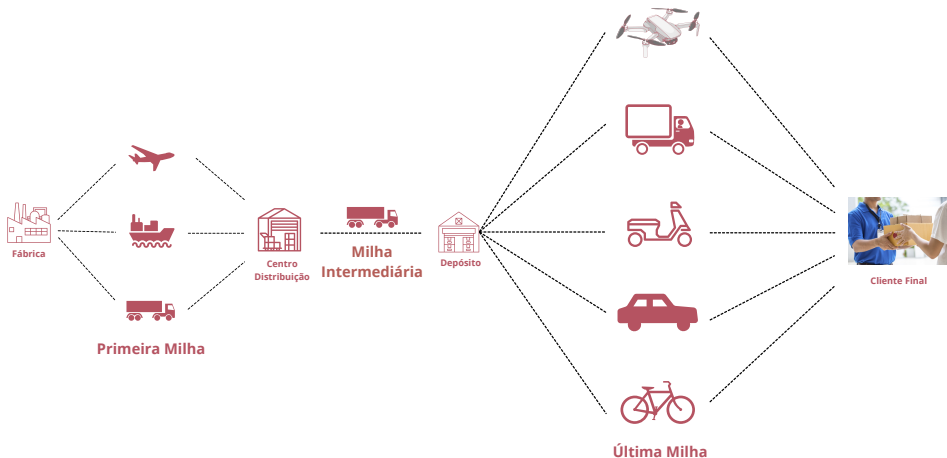
# Introdução

- A **demanda** por serviços de entrega é gigante.
- Entregas expressas no **mesmo dia** (ou no dia seguinte) se tornaram mais importantes.

# Introdução

- A **demanda** por serviços de entrega é gigante.
- Entregas expressas no **mesmo dia** (ou no dia seguinte) se tornaram mais importantes.
- Garantir que cada passo da cadeia logística de entregas funcione bem é um grande **desafio**.

# Entregas de Última milha



# O Problema do Roteamento de Veículos

O problema de criar rotas de última milha com o menor custo associado possível é conhecido na literatura como o Problema de Roteamento de Veículos (do inglês, **Vehicle Routing Problem - VRP**).

Esse problema e suas variações tem sido objeto de intensa investigação nos campos da otimização combinatória e da pesquisa operacional desde os anos 50.<sup>12</sup>

---

<sup>1</sup>George B Dantzig and John H Ramser. “The truck dispatching problem”. In: *Management science* 6.1 (1959), pp. 80–91.

<sup>2</sup>Paolo Toth and Daniele Vigo. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. SIAM, 2014.

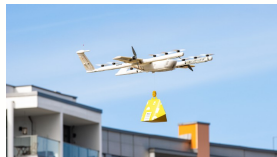
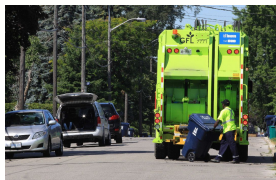


# Importância do VRP

Resolver o problema de roteamento de maneira **eficiente** implica em contribuir diretamente para o desenvolvimento de **idades inteligentes**.

O problema pode ser aplicado em vários cenários como:

- entrega de compras online;
- coletas de lixo;
- entregas postais;
- roteamento de ônibus escolares, etc.



# Importância do VRP

Resolver o problema de roteamento de maneira **eficiente** implica em contribuir diretamente para o desenvolvimento de **cidades inteligentes**.

O problema pode ser aplicado em vários cenários como:

- entrega de compras online;
- coletas de lixo;
- entregas postais;
- roteamento de ônibus escolares, etc.

**Além de tudo, economiza dinheiro!**



# Variações do VRP

Com o passar dos anos, **características e restrições** foram incorporados ao problema de roteamento para tentar replicar problemas reais:

- **capacidade** de armazenamento dos veículos;
- integração de mais de um **depósito** como fonte de fornecimento dos produtos;
- **tempo** em que as rotas podem ser executadas;
- algumas variações ainda tratam a entrada do problema de maneira **dinâmica**.

# Variações do VRP

Uma restrição a ser destacada em alguns tipos de entregas feitas no mesmo dia é a **disponibilidade do cliente para o recebimento**, no qual não se pode realizar uma entrega fora da janela de tempo na qual o cliente esteja disponível.

Essa restrição adicionada ao clássico VRP compõe a variante mais famosa na literatura de roteamento de veículos, o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo (em inglês, ***Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW***)

# Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo

# O Problema - VRPTW

## Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW<sup>3</sup>

Dado um grafo direcionado completo  $G = (V, A)$ , onde o conjunto de vértices  $V$  é composto pelo vértice 0, que representa o **depósito**, mais um conjunto de vértices  $N = \{1, \dots, |N|\}$ , que representa os **clientes** que serão visitados.  $A$  é o conjunto de arestas que liga cada par  $(i, j) \in V \times V$ , onde  $i \neq j$ .

---

<sup>3</sup>Roberto Baldacci, Aristide Mingozzi, and Roberto Roberti. "Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints". In: *European Journal of Operational Research* 218.1 (2012), pp. 1–6.

# O Problema - VRPTW

## Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW<sup>3</sup>

Dado um grafo direcionado completo  $G = (V, A)$ , onde o conjunto de vértices  $V$  é composto pelo vértice 0, que representa o **depósito**, mais um conjunto de vértices  $N = \{1, \dots, |N|\}$ , que representa os **clientes** que serão visitados.  $A$  é o conjunto de arestas que liga cada par  $(i, j) \in V \times V$ , onde  $i \neq j$ .

- Associado a cada **aresta** existe um custo de viagem  $c_{ij}$  e um tempo de viagem  $t_{ij} > 0$ , onde  $t_{ij}$  inclui o tempo de serviço no vértice  $i$ .

---

<sup>3</sup>Roberto Baldacci, Aristide Mingozzi, and Roberto Roberti. "Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints". In: *European Journal of Operational Research* 218.1 (2012), pp. 1–6.

# O Problema - VRPTW

## Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW<sup>3</sup>

Dado um grafo direcionado completo  $G = (V, A)$ , onde o conjunto de vértices  $V$  é composto pelo vértice 0, que representa o **depósito**, mais um conjunto de vértices  $N = \{1, \dots, |N|\}$ , que representa os **clientes** que serão visitados.  $A$  é o conjunto de arestas que liga cada par  $(i, j) \in V \times V$ , onde  $i \neq j$ .

- Associado a cada **aresta** existe um custo de viagem  $c_{ij}$  e um tempo de viagem  $t_{ij} > 0$ , onde  $t_{ij}$  inclui o tempo de serviço no vértice  $i$ .
- Em cada **vértice**  $i \in V$  é associado:
  - uma demanda  $q_i$ ;
  - e uma janela de tempo  $[e_i, d_i]$ , onde  $e_i$  e  $d_i$  representam respectivamente o primeiro e o último momento onde é possível visitar o vértice  $i$ .

<sup>3</sup>Roberto Baldacci, Aristide Mingozzi, and Roberto Roberti. "Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints". In: *European Journal of Operational Research* 218.1 (2012), pp. 1–6.



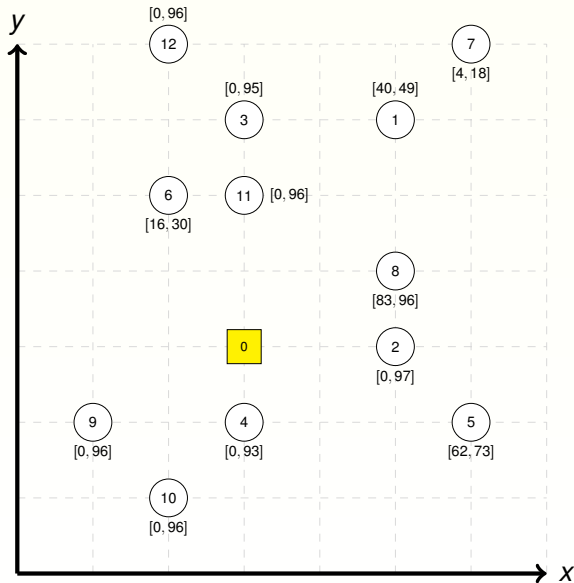
# O Problema - VRPTW

## Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW

Para realizar as entregas são disponibilizados um frota de denotado por  $K = \{1, \dots, |K|\}$ . Os veículos são homogêneos e possuem capacidade  $Q$ .

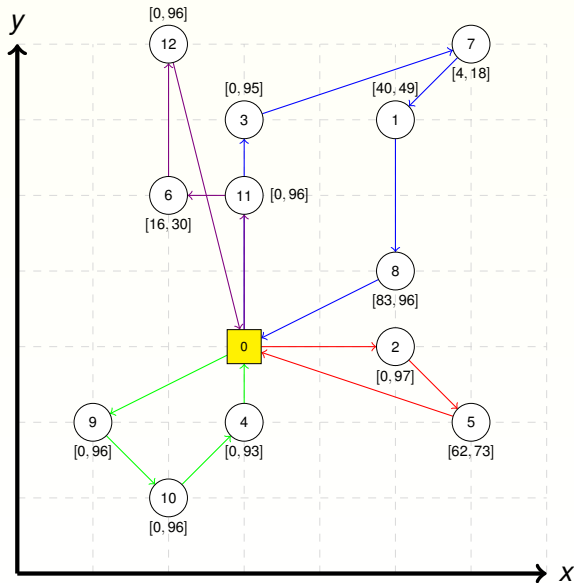
O objetivo é minimizar o custo total das rotas tais que essas rotas obedeçam as restrições de **capacidade e das janelas de tempo**.

## VRPTW - Instância

Capacidade  $Q = 70$ 

$i$	$q_i$	$s_i$
1	16	10
2	19	10
3	23	10
4	9	10
5	2	10
6	19	10
7	20	10
8	6	10
9	41	10
10	10	10
11	23	10
12	14	10

## VRPTW - Instância



Rota 4

#	tempo
0	0.0
11	2.0
6	16.0
12	28.0
0	42.1

# Método de Resolução

# Método de Resolução

A ideia do trabalho foi utilizar:

- Utilizar uma **abordagem exata**;
- Implementar em um **solver** com o objetivo de entender o funcionamento e colaborar com a solução de **instâncias** grandes e baseadas em **entregas reais**.

Por isso, neste trabalho foi utilizado um framework proposto para construção de modelos robustos, o **VRPSolver**<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> **Artur Pessoa et al.** “A generic exact solver for vehicle routing and related problems”. In: *Mathematical Programming* 183.1 (2020), pp. 483–523.

# VRPSolver

A ideia do solver (VRPSolver) é definir um **modelo genérico** tal que, nas ocasiões em que se consegue encaixar um problema de otimização nesse modelo genérico ele pode ser resolvido por um algoritmo **Branch-Cut-and-Price**.

# VRPSolver

A ideia do solver (VRPSolver) é definir um **modelo genérico** tal que, nas ocasiões em que se consegue encaixar um problema de otimização nesse modelo genérico ele pode ser resolvido por um algoritmo **Branch-Cut-and-Price**.

No modelo, todos os subproblemas são modelados como um **problema de caminho mínimo com restrição de recurso**. Para desenvolver uma modelagem no VRPSolver devem ser definido:

- **grafos com recursos** associados as arestas (ou aos vértices);
- a **formulação mestre** em programação linear inteira (ILP) contendo a função objetivo;
- uma **função de mapeamento** que mapeia as variáveis de decisão aos grafos.

# Grafo com Recursos

$$G = (V, A), v_{source} = v_{sink} = 0;$$

$$R = R_M = \{1, 2\};$$

$$q_{a,1} = q_j, a \in A;$$

$$q_{a,2} = t_{ij}, a \in A;$$

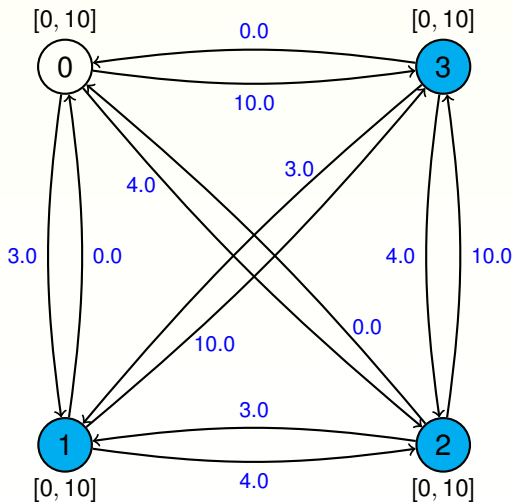
$$[l_{i,1}, u_{i,1}] = [0, Q], i \in V;$$

$$[l_{i,2}, u_{i,2}] = [e_i, d_i], i \in V;$$



# Grafo com Recursos - Exemplo

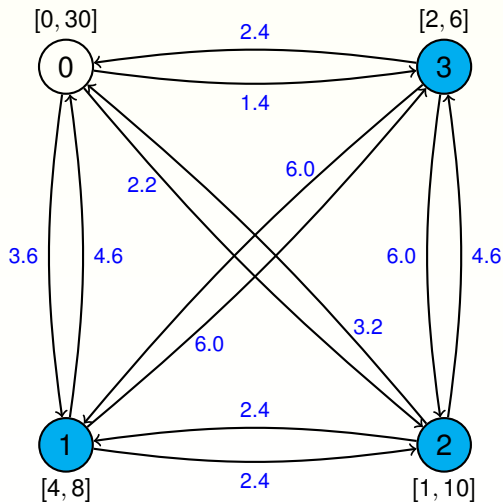
Recurso 1 - Capacidade  $Q = 10$



$i$	$q_i$	$e_i$	$d_i$	$s_i$
0	0	0	30	0
1	3	4	8	1
2	4	1	10	1
3	10	2	6	1

# Grafo com Recursos - Exemplo

## Recurso 2 - Tempo



$i$	$q_i$	$e_i$	$d_i$	$s_i$
0	0	0	30	0
1	3	4	8	1
2	4	1	10	1
3	10	2	6	1

# Formulação - ILP

- Variável:

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se a aresta } (i, j) \text{ for utilizada na solução,} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

# Formulação - ILP

$$\text{Min} \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

Subject to:

$$\mathbf{1} \quad \sum_{(i,j) \in \delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N$$

$$\mathbf{2} \quad x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A$$

# Formulação - ILP

$$\text{Min} \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

Subject to:

$$\mathbf{1} \quad \sum_{(i,j) \in \delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N$$

Cada cliente é atendido exatamente uma vez.

$$\mathbf{2} \quad x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A$$

# Formulação - ILP

$$\text{Min} \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

Subject to:

$$\mathbf{1} \quad \sum_{(i,j) \in \delta^-(j)} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N$$

Cada cliente é atendido exatamente uma vez.

$$\mathbf{2} \quad x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A$$

Restrição de Integralidade

# Função de Mapeamento

## Função de mapeamento

$$M(x_{ij}) = \{(i, j)\}, \forall (i, j) \in A;$$

## Limites de rotas

$$L = 1, U = |K|.$$

# Resultados



# Resultados

O modelo elaborado no VRPSolver foi testado em dois conjuntos de instâncias:

- Clássicas instâncias de Solomon<sup>5</sup>;
- instâncias adaptadas a partir do *benchmark* de entregas urbanas expressas (loggiBUD) proposto pela empresa Loggi<sup>6</sup>;

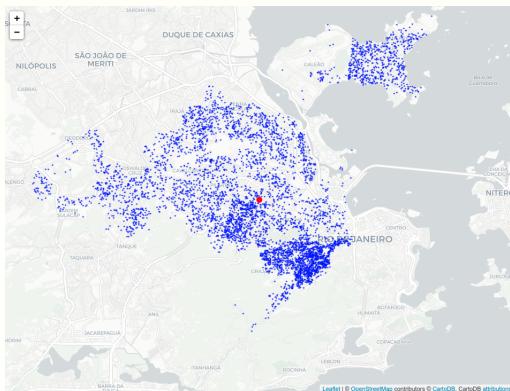
---

<sup>5</sup>Marius M Solomon. “Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints”. In: *Operations research* 35.2 (1987), pp. 254–265.

<sup>6</sup>Loggi. *loggiBUD: Loggi Benchmark for Urban Deliveries*. 2021.

# Benchmark loggibud

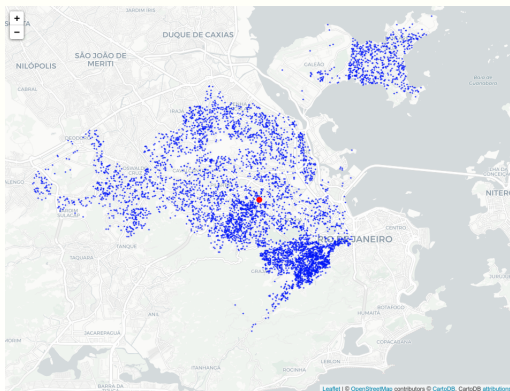
- criadas sinteticamente com dados públicos;
- simula um desafio real de uma grande empresa.



# Benchmark loggibud

Cidades disponíveis no benchmark pertencem aos estados:

- Pará - PA
- Rio de Janeiro - RJ
- Distrito Federal - DF



# Benchmark loggibud

O custo de deslocamento  $c_{ij}$  entre dois clientes  $i$  e  $j$  (ou depósito) é calculado através de distâncias de mapas utilizando ruas reais.



Thailsson Clementino (ICOMP/UFAM)



VRPTW em instâncias reais de cidades brasileiras

# Instâncias adaptadas

- O loggiBUD possui 1320 instâncias para o CVRP, dessas foram selecionadas algumas instâncias representativas para adicionar janelas de tempo.

# Instâncias adaptadas

- Quatro diferentes tipos de intervalos foram utilizados:
  - R - Instâncias com Janelas de Tempo aleatórias;
  - F30m - Instâncias com Janelas de Tempo fixas de 30 min;
  - F1h - Instâncias com Janelas de Tempo fixas de 1h;
  - F2h - Instâncias com Janelas de Tempo fixas de 2h;
- No total, 60 instâncias novas foram geradas, sendo 15 para cada tipo de intervalo;

Instâncias disponíveis em: [Link](#)

# Experimentos Computacionais

## ■ Setup

- 16Gb de memória disponível;
- Intel Core i7-8750H 2.20GHz
- Linux Ubuntu 20.04.4

## ■ Implementação

- Disponível no site do VRPSolver

`https://vrpsolver.math.u-bordeaux.fr`

- Cada instância foi executada 3 vezes com tempo limite de execução de 1.5h (5400s)

# Instâncias de Solomon

Instância	Tempo (s)	Custo
C203	20.78	588.7
C204	46.61	588.1
R202	184.30	1029.6
R203	93.84	870.8
R204	470.02	731.3
R206	527.43	875.9
R207	305.83	794.0
R208	> 5400	
R209	549.01	854.8
R210	897.46	900.5
R211	656.16	746.7
RC204	339.39	783.5
RC207	217.88	962.9
RC208	344.38	776.09





# Instâncias Adaptadas loggiBUD

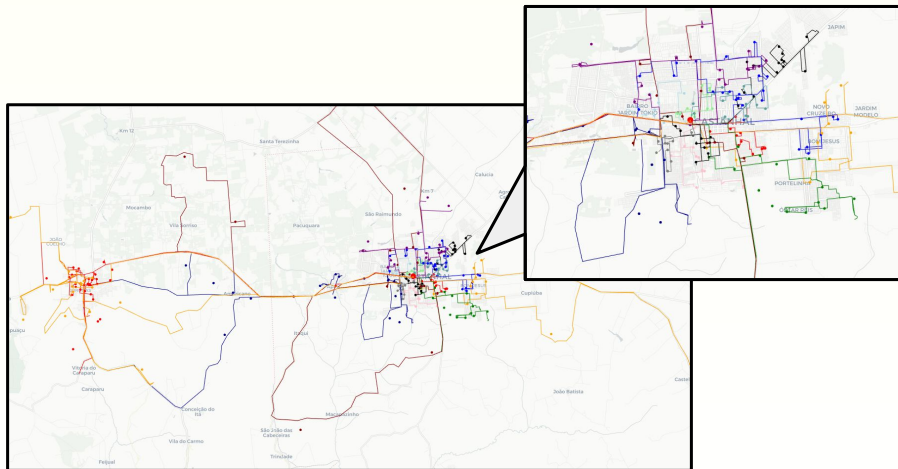
Instâncias com janelas fixas em 30 minutos.

Instância	Tempo (s)	Custo
F30m-pa-n289	1288.17	808037.0
F30m-pa-n266	273.04	895959.0
F30m-pa-n354	> 5400	
F30m-pa-n324	3081.95	875398.0
F30m-pa-n308	>5400	
F30m-df-n999	>5400	
F30m-df-n904	> 5400	
F30m-df-n974	> 5400	
F30m-df-n835	> 5400	
F30m-df-n939	> 5400	

Instâncias com janelas fixas em 1 hora.

Instância	Tempo (s)	Custo
F1h-pa-n269	486.05	880795.0
F1h-pa-n324	3474.46	1143354.0
F1h-pa-n322	> 5400	
F1h-pa-n212	958.37	645609.0
F1h-pa-n296	778.30	607808.0
F1h-df-n780	> 5400	
F1h-df-n815	> 5400	
F1h-df-n890	> 5400	
F1h-df-n957	> 5400	
F1h-df-n993	> 5400	

# Instâncias Adaptadas loggiBUD



# Considerações Finais







# Considerações Finais

- Foram **adaptadas instâncias de cidades reais brasileiras** do *benchmark loggiBUD*, para incorporar diferentes intervalos representando janelas de tempo para a variação **VRPTW**.

# Considerações Finais

- Foram **adaptadas instâncias de cidades reais brasileiras** do *benchmark loggiBUD*, para incorporar diferentes intervalos representando janelas de tempo para a variação **VRPTW**.
- Um método de **Branch-Cut-and-Price** foi aplicado utilizando o **VRP solver**, sendo validado de modo a se reproduzir resultados obtidos na literatura para um caso similar usando as **instâncias de Solomon**, e também, incorporando resultados representativos envolvendo grandes instâncias urbanas reais de até **300 clientes**.

# References

-  Baldacci, Roberto, Aristide Mingozzi, and Roberto Roberti. “Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints”. In: *European Journal of Operational Research* 218.1 (2012), pp. 1–6.
-  Dantzig, George B and John H Ramser. “The truck dispatching problem”. In: *Management science* 6.1 (1959), pp. 80–91.
-  Loggi. *loggiBUD: Loggi Benchmark for Urban Deliveries*. 2021.
-  Pessoa, Artur et al. “A generic exact solver for vehicle routing and related problems”. In: *Mathematical Programming* 183.1 (2020), pp. 483–523.
-  Solomon, Marius M. “Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints”. In: *Operations research* 35.2 (1987), pp. 254–265.
-  Toth, Paolo and Daniele Vigo. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. SIAM, 2014.

# Obrigado!

**Thailsson Clementino**

thailsson.clementino@icomp.ufam.edu.br



**UFAM**

